Il calcolo della longitudine

Bianca Rizzo
ISS Liceo Classico Virgilio
Stage presso INAF Osservatorio Astrofisico Arcetri

Il problema delle longitudini – La storia

Da quando l'uomo cominciò ad esplorare il mondo, per fini sia commerciali sia espansionistici, si manifestò il bisogno di avere una comprensione della distribuzione delle terre emerse, ottenibile con una visione dall'alto della Terra (cartografia), necessità personificata nella figura di Icaro, che avvicinandosi al Sole poteva ammirare il suo mondo al di fuori di esso. Alcuni secoli prima di Cristo già abbiamo notizia del tentativo di riportare su carta i confini degli stati. Ne risultarono disegni altamente imperfetti in quanto si basavano sulle esperienze dei marinai, e quindi sulla memoria. La vera novità stava però sul dividere la superficie in linee perpendicolari, ergo in meridiani e paralleli, le misure dei quali, rispettivamente la longitudine e la latitudine, potevano essere ricavate tramite calcoli matematici basati su fenomeni astronomici. Quindi, in linea teorica, al di là della strumentazione del periodo, ne sarebbero potute risultare stime abbastanza precise. Un esempio lo troviamo in Claudio Tolomeo, astronomo e cartografo alessandrino, che nel II secolo d.c. tracciò una carta dell'*ecumene*, cioè dell'intero mondo abitato, dell'epoca; per realizzare i disegni, Tolomeo si basò sì su indicazioni di origine prevalentemente mnemonica, ma alcune misure furono effettuate tramite calcoli astronomici, come quello basato sull'eclissi lunare del 20 settembre del 331 d.c. . La carta di Tolomeo risulta ancora molto approssimata e imprecisa, ma rimane in ogni caso pietra miliare nella storia della cartografia.
Sia le carte che le coordinate avrebbero dovuto permettere ai naviganti di orientarsi e stabilire la propria posizione anche in mare aperto. In effetti, per la latitudine bastava calcolare l'altezza del Sole nella sua culminazione meridiana, e si otteneva la distanza angolare tra il luogo della misurazione e il parallelo 0 (equatore) tramite calcoli geometrici e matematici. A terra era semplice da calcolare con l'utilizzo di uno *gnomone,* che poteva essere un obelisco ma anche un semplice bastoncino piantato nel terreno. Un altro buon indicatore era, finché si rimaneva nell'emisfero boreale, nelle ore notturne, la stella Polare, la cui inclinazione, era pari alla latitudine del luogo. Con l'invenzione del *sestante* si ebbe la possibilità di eseguire queste misure in maniera precisa anche in mare. Il problema sorse nel calcolo della longitudine, in quanto per questa era necessaria la precisa conoscenza non solo dell'orario locale, ma anche di quello del meridiano di riferimento (che poteva essere stabilito arbitrariamente) e la differenza tra i due orari era facilmente trasformabile in distanza angolare, a sua volta convertibile in distanza chilometrica. L'avvento di un orologio preciso e affidabile anche in mare fu molto tardivo: la difficoltà stava nel costruire un apparecchio maneggevole e preciso che non venisse influenzato dai movimenti della nave, dal cambio di temperatura e di umidità. Nel frattempo si cercò di risolvere il problema usando altri mezzi: approfittando della ciclicità di alcuni fenomeni astronomici si provò ad utilizzarli come orologio naturale. Un esempio è il metodo delle distanze lunari, proposto per la prima volta da Amerigo Vespucci. Questo metodo nasceva dall'opportunità di prevedere l'andamento della Luna rispetto alle stelle in funzione del tempo locale, e misurando la sua distanza da stelle note si poteva calcolare il tempo del meridiano di riferimento. Perché fosse efficace occorreva disporre, oltre a strumenti di misurazione precisi e agevoli in mare, di tavole (*effemeridi*) che descrivevano la posizione degli astri e gli spostamenti della Luna con un alto grado di esattezza. Allo scopo di realizzare queste tavole fu fondato l'Osservatorio di Parigi grazie all'appoggio che il medico e matematico Jan-Baptist Morin era riuscito ad ottenere dal cardinale Richelieu; più tardi in Inghilterra per lo

stesso motivo venne fondato l'Osservatorio Reale di Greenwich con il volere del re Carlo II. Il metodo delle distanze lunari risultò utilizzabile solo nel tardo XVIII secolo.
Intanto, a suo tempo Galileo, scrutando il cielo con il suo telescopio, scoprì, tra le altre cose, che intorno a Giove giravano quattro piccole lune, allo stesso modo in cui la Terra gira intorno al Sole. Osservando assiduamente il moto di questi satelliti, che chiamò Medicei, in onore della famiglia de' Medici, ne individuò la periodicità di fenomeni come eclissi e occultazioni: in questo modo era possibile usare questi corpi celesti come orologio naturale (e quindi utile per il calcolo della longitudine) al posto dei moti della nostra Luna. Catalogò quindi tutti gli spostamenti delle lune Medicee nel corso dell'anno e, siccome venivano dovunque istituiti premi per chi riuscisse a risolvere il problema delle longitudini, presentò la sua soluzione presso la corte spagnola, fiorentina e in Olanda, ma non riuscì a ricevere altro che una collana d'oro dagli olandesi come incoraggiamento per il lavoro compiuto. Convinto della validità del suo metodo progettò il cosiddetto *celatone*, un copricapo con telescopio incorporato che in mare avrebbe dovuto permettere di misurare le posizioni dei satelliti. Fu in ogni caso un progetto fallimentare, in quanto lo stesso Galilei ammise che bastava un movimento impercettibile come il battito del cuore per modificare il campo visivo del piccolo telescopio. Più tardi però, l'astronomo italiano Cassini perfezionò il metodo, correggendo le effemeridi di Galilei e grazie al suo lavoro fu possibile per i cartografi francesi ridisegnare i confini del regno di Francia, che, con grande delusione per Luigi XIV, risultarono più ristretti di quelli stimati sino ad allora. I satelliti gioviani si dimostrarono quindi efficaci per la misurazione a terra, mentre in mare era troppo complesso effettuare misurazioni precise e quindi si continuava a utilizzare le distanze della Luna terrestre. Furono ideati altri metodi, alcuni validi ma non praticabili, come la declinazione magnetica, descritta da Edmund Halley, altri assolutamente stravaganti, come l'utilizzo di segnali sonori e visivi in mezzo all'oceano, o anche surreali come la creazione di una polvere i cui effetti avrebbero dovuto funzionare a distanza. Questi esempi per quanto assurdi, testimoniano in ogni caso l'importanza di cui vigeva all'epoca il calcolo delle longitudini. Importanza che si era rivelata soprattutto vitale: non solo le navi, per mantenere una rotta sicura, erano costrette ad allungare il viaggio, esponendo così ancora di più l'equipaggio a malattie come lo scorbuto, ma anche, errori nel calcolo delle coordinate aumentavano il rischio di naufragio per le flotte: un esempio noto è il disastro nel 1707 delle isole Scilly, che causarono la distruzioni di quattro navi militari inglesi.
Sette anni più tardi venne istituito, dietro consiglio di Isaac Newton, il *Board of Longitudes* che stabiliva ingenti premi a chi fosse stato in grado di trovare una soluzione definitiva al problema delle longitudini con un basso margine di errore. Tra i vari studiosi e astronomi, si presentò con la sua soluzione John Harrison, un orologiaio autodidatta di campagna. Il suo progetto consisteva in uno spettacolare e innovativo orologio che era in grado di funzionare con precisione anche su una nave in mezzo al mare: era infatti costruito interamente con meccanismi che riducevano al minimo l'attrito, cosicché non aveva bisogno di lubrificanti (questi infatti di dilatavano con la temperatura e ostacolavano il normale funzionamento), era stato eliminato il pendolo, le cui oscillazioni erano influenzate dai movimenti della nave sull'acqua, e l'ingranaggio era ben protetto da una teca dall'umidità. Il progetto incontrò diverse resistenze, soprattutto dagli studiosi che ritenevano il problema di origine astronomica e non vedevano di buon occhio ogni soluzione meccanica, come l'astronomo reale Nevil Maskelyne, che cercò in tutti i modi di ostacolare Harrison. Agli orologi marini di Harrison si contrapponevano i miglioramenti riguardanti il metodo delle distanze lunari, e nonostante la straordinaria precisione degli orologi e la semplicità del metodo, l'orologiaio non riuscì mai a ricevere interamente il premio bandito dal *Longitude Act,* anche se, quando ormai era diventato vecchio, riuscì ad ottenere la compassione e l'aiuto del re inglese Giorgio III. Il cronometro poté tuttavia avere un largo uso solo più tardi, dopo la morte di John Harrison, quando fu possibile costruire

orologi maneggevoli, producibili in serie, a basso costo e allo stesso tempo con una precisione all'altezza di quella dei suoi precedessori.

Bibliografia:

1) “Il Cielo dei Navigatori”, Comitato per la Divulgazione dell'Astronomia, F. Mazzucconi, P. Ranfagni, A. Righini, 1998.
2) Schede didattiche ed esempi di misurazioni effettuate – 4SD. Misure di Longitudine con le “Lune” di Giove - Lucia Corvo, 2004
3) Longitudine – Dava Corbel, ed.BUR

Calcolo della longitudine di Arcetri tramite i pianeti medicei

Per simulare il lavoro descritto da Galilei, abbiamo utilizzato un’immagine scattata al telescopio il 30 Marzo 2012, che catturava Giove e i suoi satelliti in una particolare posizione.

Per determinare la longitudine di Arcetri tramite questa immagine occorreva innanzitutto specificare l’orario dello scatto. Per fare ciò abbiamo calcolato le distanze dei primi tre satelliti (il quarto, Callisto, era in quel momento troppo distante e quindi non visibile nella foto) dal centro del pianeta in pixel e si sono convertite in raggi di Giove.

Io (I)		**Eur (II)**		**Gan (III)**	
X	Y	X	Y	X	Y
694,5	225,5	923,5	149,5	831,5	114,5
Distanza		Distanza		Distanza	
361,74		602,97		529,17	
Raggi Gioviani		Raggi Gioviani		Raggi Gioviani	
5,01		8,35		7,32	

Giove:	
centro	(348 ; 329)
raggio	72,25

Durante questo procedimento abbiamo dovuto tener conto dell’errore che si poteva commettere nel ricavare i dati da un’immagine, e per ogni dato si è posto un errore pari a 0.5 pixel. Da questo dato andava calcolata ovviamente anche la propagazione dell’errore nei calcoli delle distanze e nella conversione di queste misure in raggi gioviani. La formula dell’errore relativo finale da applicare risultava uguale alla somma tra l’errore relativo della distanza e quello del raggio di Giove:

$$(\Delta d)/(d)+(\Delta Rg)/(Rg) \; .$$

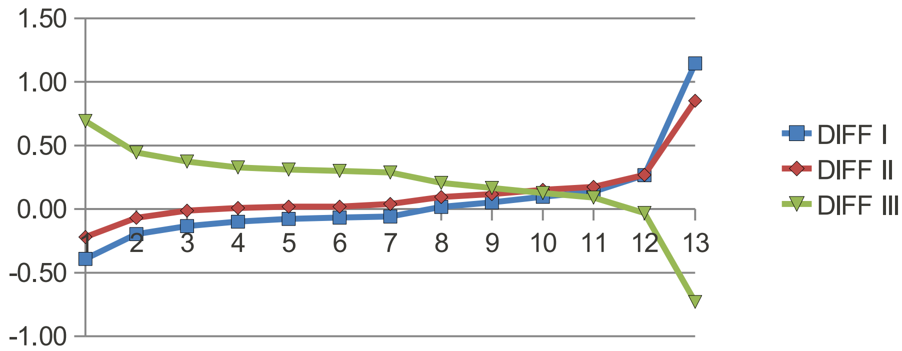
L'errore relativo del raggio è semplice da ottenere e risulta dello 0,7%; l'errore sulla distanza risulta più complesso in quanto questa è calcolata con una radice quadrata:

$$(\Delta d)/d=(\Delta(x^2+y^2)^{(1/2)})/(x^2+y^2)^{(1/2)}=(x\Delta x+y\Delta y)/(x^2+y^2)$$

Applicando questa formula a tutte e tre le misure si è ottenuto un errore dello 0,1% per tutti i satelliti. L'errore finale nella misura in raggi gioviani è infine pari allo 0,8%: si nota che il maggior contributo viene dall'errore sulla misura del raggio più che da quello delle distanze.
Concluso questo lavoro, per determinare un orario abbastanza preciso abbiamo utilizzato un programma, XEphem, che permette di calcolare le posizioni di alcuni corpi celesti al tempo desiderato. Abbiamo quindi estrapolato le distanze in diversi orari della giornata per poterli confrontare con le distanze effettive tramite una differenza tra le due misure.

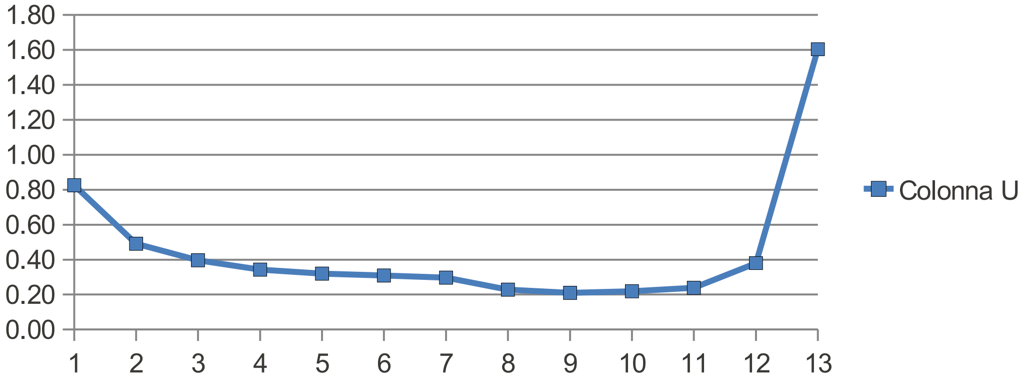
Ora	Io: x	y	Dist.	Eur: x	y	Dist.	Gan: x	y	Dist.
17:00	-5,16	1,60	5,40	-8,17	2,59	8,57	-6,03	2,75	6,63
17:30	-4,98	1,52	5,21	-8,03	2,53	8,42	-6,27	2,82	6,87
17:40	-4,92	1,50	5,14	-7,98	2,50	8,36	-6,34	2,84	6,95
17:45	-4,89	1,48	5,11	-7,96	2,49	8,34	-6,38	2,86	6,99
17:47:30	-4,87	1,47	5,09	-7,95	2,49	8,33	-6,40	2,86	7,01
17:48	-4,86	1,47	5,08	-7,95	2,49	8,33	-6,41	2,86	7,02
17:50	-4,85	1,47	5,07	-7,93	2,48	8,31	-6,42	2,87	7,03
18:00	-4,78	1,44	4,99	-7,88	2,46	8,26	-6,50	2,89	7,11
18:05	-4,75	1,42	4,96	-7,86	2,45	8,23	-6,54	2,90	7,15
18:10	-4,71	1,40	4,91	-7,83	2,43	8,20	-6,58	2,91	7,19
18:15	-4,67	1,39	4,87	-7,81	2,42	8,18	-6,61	2,93	7,23
18:30	-4,55	1,34	4,74	-7,72	2,39	8,08	-6,73	2,96	7,35
20:00	-3,73	1,01	3,86	-7,18	2,16	7,50	-7,40	3,17	8,05

Diff I	Diff II	Diff III
-0,39	-0,22	0,69
-0,20	-0,07	0,45
-0,13	-0,01	0,37
-0,10	0,01	0,33
-0,08	0,02	0,31
-0,07	0,02	0,30
-0,06	0,04	0,29
0,02	0,09	0,21
0,05	0,12	0,17
0,10	0,15	0,13
0,14	0,17	0,09
0,27	0,27	-0,03
1,15	0,85	0,73



Dal grafico delle differenze si nota che la differenza minima tra la distanza della foto e le distanze ottenute con XEphem si colloca tra la nona e la decima misura. Tuttavia, per ottenere un risultato più preciso statisticamente abbiamo utilizzato un valutatore complessivo, sommando i loro quadrati ed estraendo la radice quadrata del risultato:

valutatore	0,83	0,49	0,40	0,34	0,32	0,31	0,30	0,23	0,21	0,22	0,24	0,38	1,60



Il valore più basso corrisponde quindi alla nona misura, che corrisponde alle ore 18:05; avevamo però un margine dello 0,8% di errore, da trasferire dalla distanza al tempo. Abbiamo innanzitutto ottenuto l'errore massimo moltiplicando ciascuna misura con il rispettivo errore relativo. Abbiamo scelto un arbitrario intervallo di tempo, la mezz'ora tra le 17:00 e le 17:30, e abbiamo calcolato lo spazio percorso da ogni satellite in questo periodo. In questo modo, tramite una semplice proporzione, abbiamo stabilito approssimativamente per ciascun satellite il tempo (t) corrispondente all'errore massimo:

30 minuti : spazio percorso = t : errore massimo

– Io (errore massimo = 5,01*0,008 = 0,04) :

ore 17:00, distanza da Giove = 5,39 raggi giov.
ore 17:30, distanza da Giove = 5,21 raggi giov.
spazio percorso = 0,18 raggi giov.
30m : 0,18 = t : 0,04 → t = 6 min 30 sec

– Europa (errore massimo = 8,35*0,008 = 0,07) :

ore 17:00, distanza da Giove = 8,57 raggi giov.
ore 17:30, distanza da Giove = 8,42 raggi giov.
spazio percorso = 0,15 raggi giov.
30m : 0,15 = t : 0,07 → t = 15 min

– Ganimede (errore massimo = 7,32*0,008 = 0,06) :

ore 17:00, distanza da Giove = 6,63 raggi giov.
ore 17:30, distanza da Giove = 6,87 raggi giov.
spazio percorso = 0,25 raggi giov.
30m : 0,25 = t : 0,06 → t = 7 min

L'errore nel tempo di Europa è il doppio rispetto agli altri due satelliti; questa discrepanza si spiega con il fatto che il satellite, visto dalla Terra, è all'estremità laterale dell'orbita: vedendolo di profilo noi registriamo uno spostamento molto inferiore a quello effettivo e di conseguenza cresce il margine di errore. Ad eccezione di questo caso si conclude che la fotografia è stata scattata alle ore 18:05 con un errore di 7 min circa in Tempo Universale di Greenwich, ore 20:05 del tempo locale. La foto era stata scattata in realtà alle 20:10, ma questo valore rientra nel margine di errore calcolato.

Siamo infine passati al calcolo della longitudine. Innanzitutto era stato definito con, l'ausilio di una meridiana, l'ora del mezzogiorno solare, che il giorno dello scatto era avvenuto con un ritardo di 1h 19m 17s rispetto al mezzogiorno orario. Questa quantità è stata sottratta all'ora dello scatto e la differenza era pari a 18h 45m 43s. All'ora media di Greenwich, 18h 10m, ora esatta dell'evento astronomico, abbiamo invece tolto l'Equazione del Tempo, che quel giorno ammontava a - 4m 18s, per ottenere il tempo solare vero, e abbiamo ottenuto 18h 05m 42s. La differenza tra questo tempo e quello locale (40m 01s) va poi convertita in gradi, sapendo che un minuto equivale a 15 primi d'arco e un secondo a 15 secondi d'arco. Lo stesso procedimento si è fatto con i 7 minuti di errore, e abbiamo ottenuto una longitudine di 10° 00' 15' con un errore massimo equivalente a 1° 45'.
L'errore non è indifferente, perché convertito in distanza geografica, all'altezza dell'equatore raggiunge quasi i 200 km. Questo è dipeso quasi del tutto dalla misura del raggio di Giove che, essendo basata su una foto, comportava incertezze pressoché inevitabili: abbiamo però cercato di ridurle al minimo, compiendo la misura diverse volte e con metodi diversi.